gioco delle regole

Proposte didattiche relative all'apprendimento del calcolo mentale e del calcolo orale nel 2º ciclo della scuola elementare.

Materiale di lavoro per i partecipanti ai corsi di formazione DIMAT
"Differenziare in ambito matematico"

Ivo Dellagana

settembre 1995

Gioco delle delle regole

Cosa sono le *regole* nel nostro caso?
Non sono le regole del gioco, ma delle regole che devono essere scoperte: esse sono l'obiettivo stesso del gioco.
Ci spieghiamo attraverso un esempio, vissuto con gli allievi di una 4a elementare:

Osserviamo attentamente la serie di calcoli scritta qui di fianco.
- Cosa possiamo notare?
- Cosa ha di particolare?
- Perchè possiamo dire che questi calcoli fanno parte di una stessa serie, di una stessa classe?
- Cosa hanno in comune?
- Se desidero aggiungere un altro calcolo a questa serie, quali regole deve rispettare?

7,5 — 1,5 =
6,3 — 2,3 =
8,9 — 5,9 =
7,2 — 5,2 =
ecc. ....

Ecco quindi che il gioco consiste proprio nella scoperta di queste *regole.*

Vediamo alcune delle risposte degli allievi, da loro scritte nella fase di ricerca:

- *Il risultato non ha decimi. (Rossella)*
- *I decimi dei due numeri sono uguali. (Sara)*
- *Tutti i calcoli hanno dei numeri decimali che fanno 0. La prima unità è più grande della seconda. (Giovanni)*
- *I decimi del primo numero devono essere più grandi dei decimi del secondo numero. (Moira)*
- *Tutti hanno i numeri decimali che fanno 0. (Agnese)*
- *Tutti i calcoli hanno numeri decimali che fanno 0 e la prima unità è più grande della seconda. (Raphael)*
- *Il risultato non è mai con la virgola e i numeri da togliere sono sempre con la virgola. (Roberto)*
- *Si assomigliano perché tutti i calcoli hanno un numero decimale. La prima unità è più della seconda. Il risultato finisce senza decimali. (Eric)*
- *Il risultato non ha numeri decimali. (Simon)*
- *Sono numeri decimali. I decimi dei due numeri sono uguali. Sono più piccoli di 10. Il risultato è intero. (Sonia)*
- *I decimi dei due numeri sono le stesse cifre, hanno la virgola, sono più piccoli di 10, il risultato è un numero intero. (Viola)*

Dopo il confronto tra le diverse proposte e in seguito ad una interessante discussione, tutti erano infine d'accordo sulle seguenti quattro regole:

- **I due numeri sono decimali.**
- **Sono numeri < di 10.**
- **I decimi dei due numeri sono uguali.**
- **Il risultato è un numero intero.**

Proponiamo due versioni del *gioco delle regole.*
La prima versione (a livello organizzativo più semplice) è adatta per le prime presentazioni alla classe. In un secondo tempo, sarà probabilmente più interessante e divertente utilizzare la seconda versione.

Si tratta di giochi la cui utilizzazione è prevista durante tutto il ciclo, si adattano cioè (modificando le variabili numeriche e quindi la complessità del compito) agli obiettivi di 3a, di 4a e di 5a.

Presentiamo dapprima, della **prima versione** del *gioco delle regole*, uno schema riassuntivo di tutte le fasi e alcune osservazioni. In seguito, proponiamo una spiegazione dettagliata di ogni singola fase e alcuni esempi.
Dopo aver presentato schematicamente anche la **seconda versione**, proponiamo una descrizione del *gioco delle carte colorate* e alcune note conclusive.
Infine, tra gli allegati, oltre ad alcuni esempi, proponiamo un brevissimo complemento teorico, alcune nostre osservazioni relative all'apprendimento dei calcoli, un paio di attività didattiche supplementari, le indicazioni relative alla costruzione del gioco delle carte colorate e un modello del gioco stesso (senza i cartellini).

Prima versione del *gioco delle regole.*

Schema riassuntivo

FASE 1	**A** Formazione dei gruppi. **B** Distribuzione ad ogni allievo di una serie di calcoli. **C** Risoluzione individuale dei calcoli. **D** Confronto dei risultati. **E** Discussione e correzione in gruppo.
FASE 2	**F** Ogni gruppetto ricerca le particolarità della serie di calcoli. Perché *quei calcoli sono stati messi assieme? Quali sono le regole alle quali ogni calcolo deve sottostare per poter far parte della serie?* **G** Le regole proposte sono messe in discussione tra i membri del gruppo e il gruppo deve arrivare ad un accordo. **H** Le regole sono scritte sul foglio.
FASE 3	**I** Ogni gruppo presenta alla classe le regole scoperte. **L** Discussione e argomentazione delle proposte. **M** Accordo e validazione delle regole sulle quali sono tutti d'accordo --> fase di istituzionalizzazione.
FASE 4	**N** Ogni allievo inventa e scrive una seconda serie di 6 calcoli, dello stesso genere della prima, ma senza i risultati. Ognuno deve arrivare ad avere una serie diversa. **O** All'interno del gruppo ci si scambia i fogli per la risoluzione dei calcoli e per la correzione. Ogni allievo segnala e discute gli errori con il compagno.
FASE 5	**P** I bambini si mettono a coppie e si esercitano nel calcolo orale, con l'aiuto dei loro fogli. Discutono quindi tra di loro sugli errori e le procedure usate. Quali sono gli aspetti del calcolo, le "regole", che pongono dei problemi? Perché? Cambiano le coppie frequentemente.

Osservazione:

Prima di passare alla presentazione delle diverse fasi, è importante sottolineare il fatto che le situazioni d'AZIONE, di COMUNICAZIONE-FORMULAZIONE e di VALIDAZIONE, sono presenti nel gioco a due livelli diversi: in relazione alla classe intera (con la partecipazione diretta dell'insegnante nella gestione di questi momenti) e in relazione ad ogni gruppetto (senza l'intervento diretto dell'insegnante). Per distinguere queste ultime situazioni da quelle in cui tutta la classe è implicata, le chiameremo "sotto-situazioni".
Dunque, nel caso del nostro gioco, quando parliamo di **situazioni** ci riferiamo all'intera classe (l'insieme), quando parliamo invece di **sotto-situazioni** ci riferiamo ai gruppi (i sotto-insiemi).[1]
La situazione d' ISTITUZIONALIZZAZIONE è presente soltanto in relazione all'intera classe, cioè al punto **M** della fase 3.

Il *gioco delle regole* vero e proprio termina con la fase 3.

Le fasi 4 e 5, benché siano una conseguenza diretta di questo gioco, sono attività scolastiche che mirano all'esercitazione nel calcolo orale (C.O.). Gli allievi vivono comunque questi momenti ancora come parte del gioco stesso.

La fase 6 è invece completamente staccata.
Questo secondo gioco, previsto nei FR/FP come momento di preparazione per il calcolo orale (argomenti 2 e 3), può essere imparato, vissuto e giocato anche se la classe non conosce il *gioco delle regole.*

Possiamo quindi parlare di tre momenti, separati nel tempo, che non devono necessariamente fare parte di una stessa unità didattica (è impensabile passare senza interruzioni attraverso tutte le fasi proposte!).
Il docente, nella programmazione didattica, può tener conto della seguente struttura: [2]

FASE 1 FASE 2 FASE 3	***gioco delle regole***
FASE 4 FASE 5	**invenzione dei calcoli** **calcolo orale**

FASE 6	***gioco delle carte colorate***

[1] Non esiste nessuna differenza teorica tra le situazioni e le sotto-situazioni. Nelle situazioni esiste un'interazione tra i gruppi, mentre nelle sotto-situazioni le interazioni sono tra i membri del gruppo.
In altri termini possiamo dire che nelle sotto-situazioni ognuno "difende" la propria posizione (responsabilità individuale: parlo per me stesso), mentre che nelle situazioni si "difende" la posizione del gruppo (responsabilità collettiva: parlo a nome del gruppo).

[2] Al massimo è possibile lavorare ininterrottamente dalla fase 1 alla 5. Dovendo però staccare in due momenti didattici diversi, l'interruzione del lavoro è auspicabile tra le fasi 3 e 4.

Presentazione dettagliata di tutte le fasi del gioco

FASE 1

Questa fase dura in genere poco tempo (5-10 min. circa), i gruppi arrivano in generale velocemente ad un accordo.

A Formazione dei gruppi.
La formazione dei gruppi deve garantire una certa "ricchezza" nelle interazioni. Non si deve quindi mirare a formare dei gruppi omogenei, anzi, l'eterogeneità è una necessità!
Quando si ripete il gioco, la composizione dei gruppi deve cambiare.[3]
Abbiamo osservato in genere che un gruppo formato da 4 allievi funziona molto bene.

B Distribuzione ad ognuno di una serie di calcoli.

C Risoluzione individuale dei 6 primi calcoli.
Nei primi minuti il lavoro è individuale. Ogni allievo deve cercare di trovare i risultati di ogni calcolo.
Se un membro del gruppo fatica a trovare le soluzione può chiedere aiuto ai compagni. (I punti C, D ed E sono molto collegati uno all'altro e nella pratica si fondono in un unico momento.)

D Confronto dei risultati.

E Discussione e correzione in gruppo.
Questi due momenti rappresentano una "sotto-situazione" di comunicazione-validazione.
Infatti la correzione è un momento di ricerca di un accordo tra i membri del gruppo quando nel confronto i risultati non corrispondono.

FASE 2

Questa fase contiene delle sotto-situazioni d'azione, di formulazione e di validazione.
Durante il lavoro dei gruppi l'insegnante non deve intervenire su delle questioni di contenuto (vero/falso), egli aiuta esclusivamente i gruppi dal punto di vista organizzativo.

F Ogni gruppetto ricerca le particolarità della serie di calcoli.
Perché quei calcoli sono stati messi assieme?
Quali sono le regole a cui ogni calcolo deve sottostare per poter far parte della serie?

[3] L'eterogeneità nella composizione dei gruppi è un elemento estremamente importante. La diversità degli alli arricchisce gli scambi e favorisce l'apprendimento.

G Le regole proposte sono messe in discussione e il gruppo deve arrivare ad un accordo.
E' uno dei momenti più importanti del gioco, un momento durante il quale le interazioni sono numerose e dove si deve trovare un accordo anche per quanto concerne il linguaggio utilizzato. Si discutono le regole proposte, le si difendono, le si criticano, si apportano delle modifiche, ecc....., fino al momento dell'accordo.

H Le regole sono scritte sul foglio.
Al punto G lo scopo è di arrivare ad una lista di regole da sottoporre in seguito alla classe (terza fase) per cui, se gli allievi non sono riusciti a trovare un accordo all'interno del gruppo, è permesso preparare due liste diverse di regole. Infatti, nella fase seguente, il confronto con i membri degli altri gruppi permetterà di allargare il dibattito (in genere le informazioni contenute nelle liste degli altri gruppi sono sufficienti per risolvere l'eventuale controversia).

FASE 3

I Ogni gruppo presenta alla classe le regole scoperte.
Un membro di ogni gruppo presenta il lavoro che è stato fatto. Questa presentazione deve poter sempre avvalersi di un supporto scritto [4] affinché gli allievi possano fare dei confronti "raffinati", sui dettagli. Gli allievi si trovano spesso confrontati con una serie di problemi legati al linguaggio. L'uso dei termini precisi è estremamente importante ed è questo uno dei momenti in cui implicitamente ed esplicitamente ci si accorda su di un linguaggio preciso e comune. Crediamo che nel rapporto tra linguaggio e capacità cognitive ci sia un "indicatore" importante di quelle che possono essere le difficoltà matematiche di ogni singolo allievo (pensiamo al fatto, cioè, di essere "prigionieri" di determinate strutture linguistiche [5]).
I bambini non hanno l'abitudine di verificare se il testo che hanno prodotto corrisponda esattamente o meno al loro pensiero. Essi devono essere stimolati (è questo uno degli obbiettivi del gioco) a confrontarsi a delle piccole differenze, non per la "bellezza dell'espressione", ma per le conseguenze che queste differenze possono avere a livello semantico (di fronte al numero 523,45 parlare delle seconda cifra si riferisce al 2 o al 4 ? Parlo di decine o di decimi?).
Gli allievi devono, progressivamente (!), imparare a concettualizzare con precisione le loro azioni.[6]

---

[4] L'insegnante per esempio può scrivere le regole alla lavagna mentre gli allievi le presentano, oppure ogni gruppo prepara un cartellone,...

[5] Siamo di fronte ad un interrogativo estremamente importante che ci rimanda alla relazione tra conoscenze linguistiche e conoscenze matematiche.

[6] "Les enfants ne peuvent penser à leur propre pensée s'il ne commencent pas par penser". E, usando ancora le parole di Kamii, è soltanto mirando a questi obbiettivi che "nous pouvons former des étudiants sachant réfléchir et ayant foi en leur propre réflexion". (C. Kamii, 1990, Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique. Berne: Peter Lang. p.1 63 e p. 16 .)

L Discussione e argomentazione delle proposte.
A questo punto il ruolo dell'insegnante cambia rispetto a quello assunto nelle fasi precedenti. Egli deve ora coordinare la discussione tra tutti gli allievi della classe ed esigere da loro argomentazioni matematicamente motivate.
Tra tutte le regole proposte, si deve arrivare a scegliere, o a costruire, quelle che *"rappresentano nel modo migliore la serie di calcoli in questione"*.
Nel caso in cui una determinata regola non fosse stata presa in considerazione da nessun gruppo, spetta all'insegnante stimolare gli allievi affinché quel determinato aspetto della serie venga preso in considerazione (ciò non deve assolutamente avvenire nel momento in cui i gruppi lavorano per conto loro!) [7].

M Accordo e validazione delle regole sulle quali tutti sono d'accordo: fase di istituzionalizzazione.
Si tratta del momento in cui l'insegnante assume il ruolo di "rappresentante culturale" e da questa posizione conferma e istituzionalizza le regole definite dalla classe durante il dibattito. Le conferme date dall'insegnante non concernono tanto gli aspetti matematici (che sono stati già dibattuti e controllati nel momento di validazione) quanto il linguaggio e i formalismi usati dagli allievi.[8]
Le regole condivise da tutti sono poi scritte nella parte appositamente riservata a questo scopo (in fondo al foglio).
Vincono il gioco coloro che si sono avvicinati maggiormente alle regole condivise, cioè istituzionalizzate.

FASE 4

N Ogni allievo inventa e scrive una seconda serie di 6 calcoli, dello stesso genere della prima, ma senza i risultati.
Gli allievi possono aiutarsi, ognuno però deve arrivare ad avere una serie diversa.
Siamo di nuovo in una sotto-situazione d'azione.
Il lavoro in gruppo si riprende soltanto dopo che ognuno ha lavorato per qualche minuto individualmente.[9]
Nei momenti individuali l'aiuto reciproco è sempre possibile quando un allievo ha dei dubbi oppure non sa come andare avanti.

---

[7] Un sistema efficace per aiutare gli allievi a trovare una regola mancante è quello di proporre un calcolo che rispe tutte le regole esplicitate fino a quel punto, ma non quella che manca.

[8] I formalismi sono proprio il risultato di un accordo sociale che avrebbe potuto essere anche diverso, non ha cioè u giustificazione esclusivamente matematica e sono quindi difficili, se non impossibili, da scoprire (pensiamo, esempio, al fatto di chiamare cifre i segni con cui si rappresentano i numeri).

[9] Durante tutto il gioco assistiamo ad un continuo "va e vieni" tra il lavoro individuale, in gruppo e con tutta la clas Questa dinamica è interessante per diversi motivi: da un lato essa permette dei continui momenti di regolazione relazione agli aspetti cognitivi, dall'altro, il continuo alternarsi tra momenti collettivi e momenti individuali perme ad ogni allievo di costruirsi una rappresentazione di quanto si sta facendo, arginando così il problema dei "gregar Il fatto di costringere spesso ogni allievo in una sotto-situazione d'azione, all'interno del gruppetto, favorisce, ol che gli aspetti cognitivi, anche i processi di responsabilizzazione e partecipazione.

	O	All'interno del gruppo ci si scambia i fogli per la risoluzione dei calcoli e per la correzione. Ogni allievo segnala e discute gli errori con il compagno. Correggere nel nostro caso non significa *"guardare i risultati,* ma *"controllare che tutte le regole siano state rispettate".* Per facilitare all'allievo questo compito (per evitare dunque che si concentri esclusivamente su un risultato), abbiamo concepito il lavoro in modo che la correzione avvenga, appunto, in assenza dei risultati (ecco perché al punto precedente chiediamo ad ogni allievo di non metterli). I risultati sono calcolati dall'allievo che corregge che è quindi messo ancora in una sotto-situazione d'azione. Organizzando il lavoro in questo modo, chi corregge ha delle informazioni supplementari, cioè i risultati che lui stesso deve trovare, per controllare il lavoro del compagno (a questo punto può concentrare la sua attenzione su tutti gli elementi del calcolo).[10] Il ruolo dell'insegnante è soprattutto quello di essere attento affinché gli allievi siano veramente dentro un'attività di ricerca dove gli errori vengano trattati positivamente.
F A S E 5	**P**	Gli allievi si mettono a coppie e si esercitano nel calcolo orale con l'aiuto dei loro fogli. A questo punto siamo nel campo del C.O. vero e proprio e gli allievi possono esercitarsi con un materiale da loro stessi costruito. E' possibile esercitarsi con l'aiuto contemporaneo di diversi fogli . Il docente concentra la sua attenzione sugli allievi che ha osservato in difficoltà nelle precedenti fasi del gioco. E" molto importante (e l'insegnante deve stimolare questo tipo di interazione) che gli errori siano "lavorati" dagli allievi stessi. Essi possono infatti a questo punto aiutarsi con le regole per scoprire, ad esempio, che una certa loro difficoltà è legata ad una determinata regola (per esempio, che il calcolo è difficile perchè la somma delle decine passa il centinaio). Gli allievi ragionano quindi sulle regole che pongono dei problemi. Perché? [11] L'allievo deve cambiare spesso il compagno con il quale lavora. Il materiale, grazie alla presenza dei risultati, facilita il lavoro degli allievi più deboli quando collaborano con i compagni più capaci. (Il fatto di poter leggere il risultato, evita che il lavoro subisca quei rallentamenti che risultano spesso pesanti per gli allievi più veloci nel calcolo orale[12]).

[10] Abbiamo proposto questo "trucchetto didattico" (si tratta dell'imposizione di un vincolo) poiché crediamo che i bambini, nel caso del nostro gioco, si accorgono più facilmente degli errori se devono eseguire loro stessi il calcolo (sono infatti completamente nell'azione). Si tratta di un esempio del modo in cui si può utilizzare una variabile didattica per raggiungere un scopo preciso (il controllo delle regole).

[11] Questa fase risulta essere molto difficile per gli allievi più deboli per cui ecco che l'insegnante dovrebbe in questi casi essere più presente aiutando gli allievi a formulare le loro difficoltà.

[12] Questo aspetto è apparentemente in contraddizione con quanto abbiamo affermato circa le fasi di preparazione del calcolo orale, quando consigliamo di non mettere i risultati proprio per rendere più attivo l'allievo che interroga. La differenza, in questo caso, sta nel fatto che l'attenzione è messa più sulla ricerca delle ragioni dell'errore che non sull'esercitazione stessa. In altri termini possiamo dire che siamo più attenti a quanto si dice sul calcolo che non sul calcolo stesso.

Con la fase 5 si conclude il *gioco delle regole* vero e proprio.

Una volta identificati i propri "punti deboli", l'allievo necessità di attività che possano permett di migliorare le sue capacità nel calcolo orale (oltre al semplice "allenamento").

Siccome una delle maggiori difficoltà nel calcolo orale sta nella capacità di conservare in mem due (o più) numeri, abbiamo inventato il *gioco delle carte colorate*.
Con questo secondo gioco il nostro obiettivo è di proporre un'attività didattica che renda poss una "dialettica" tra calcolo mentale (C.M.) e calcolo orale (C.O.) .
Possiamo dire che il gioco si trova "a metà strada" tra il C.O. e il C.M. poiché "*si può ve qualcosa, ma non tutto*".

Il *gioco delle carte colorate* non si presta soltanto per delle attività di ripresa o per esercitazioni. L'insegnante può utilizzarlo anche per "insegnare" nuove conoscenze, per propon livello di difficoltà più elevato, un momento cioè di scoperta che permetta ai suoi allievi di imp qualcosa in più del vasto campo delle *conoscenze numeriche*. [13]

---

[13] Questa seconda utilizzazione del gioco è legata alle scelte pedagogiche dell'insegnate (vedi capitolo "'L'*appr i ruoli del maestro* ", nel testo *Differenziare in ambito matematico,* agosto, 1995).

Seconda versione del *gioco delle regole.*
(gioco a squadre)

Questa seconda versione, nella quale si gioca a squadre e si lavora contemporaneamente su due serie di calcoli, si basa in modo più rigoroso sulla *teoria delle situazioni* .
Presentiamo una brevissima sintesi schematica (che servirà da guida all'esempio proposto durante il corso del 27.9.95).

- Si tratta di una gara tra diversi gruppi (ogni gruppo è formato da 4 allievi) e ogni gruppo è diviso in due coppie (AA e BB) che possono comunicare tra loro soltanto attraverso il postino (P), l'insegnante, che in questo modo ha la possibilità di essere nel gioco e di osservare e controllare tutto quanto succede.

- AA ricevono un foglietto con una serie di 6 calcoli e due fogli, uno ciascuno, sul quale annotare le regole. Lo stesso succede per BB, però la serie di calcoli è diversa .

- AA e BB ricercano le regole e le scrivono, ognuno sul proprio foglio (uno resta a loro e l'altro passa ai compagni).
  Vincolo: nelle notazioni non è possibile usare dei calcoli come esempi!

- Quando AA terminano di scrivere le regole, consegnano il foglio a P che lo trasmette ai compagni di squadra BB. La stessa procedura vale anche per BB.

- BB, sulla base delle regole ricevute da AA, scrivono, sul foglio ricevuto (nell'apposito spazio) una serie di 6 calcoli. La stessa cosa fanno AA.

  (Ora seguiamo il lavoro di una solo coppia)

- Terminati i calcoli, sempre attraverso P, BB riconsegnano il foglio ai compagni AA.

- AA controllano i calcoli (utilizzando anche la loro serie) e, se necessario, aggiungono altre informazioni "correttive" o "aggiuntive" alle regole precedentemente scritte (in questa fase gli eventuali errori possono essere dovuti ad una erronea o incompleta formulazione delle regole, imputabili agli stessi AA, oppure ad una incomprensione, imputabile a BB).

- Sempre attraverso P (che intanto ha sempre la possibilità di osservare attentamente quanto succede), AA ritrasmettono il foglio a BB per una correzione o una nuova formulazione dei calcoli.

- Lo scambio di messaggi tra AA e BB può continuare fino al momento in cui AA (e viceversa BB) sono soddisfatti.

- Vince il gruppo che termina per primo, ma attenti alle penalità! (tipo giochi senza frontiere).
  E' anche possibile introdurre un tempo massimo entro il quale tutti devono consegnare il lavoro (saranno assegnati dei punti, ad esempio, in corrispondenza al numero di regole esatte formulate e di risposte esatte ottenute).

Note conclusive

- Conoscenze numeriche e teoria delle situazioni:
  La scelta didattica di proporre questo gioco ha lo scopo fondamentale di costruire e migliorare progressivamente le conoscenze numeriche degli allievi, attraverso delle situazioni d'azione, di comunicazione, di validazione e di istituzionalizzazione. [18]

- Costruzione di un linguaggio comune e aspetti metacognitivi:
  Affinché in classe sia possibile "parlare dei numeri" (delle loro caratteristiche e delle loro possibili relazioni) e "discutere di matematica", è necessario costruire un linguaggio comune preciso e matematicamente corretto (vedi ad esempio l'uso improprio di *numero* al posto di *cifra*).
  Gli aspetti metacognitivi assumono quindi sempre più importanza (progressivamente dalla 3a alla 5a) e la riflessione che l'allievo è portato a fare, sulle proprie scelte e procedure nella risoluzione di problemi (in senso lato), diventa man mano uno dei momenti centrali di tutto il processo d'apprendimento. Oltre che a riuscire nelle proprie azioni, l'allievo è stimolato (attraverso il *gioco delle regole* in particolare) a *riflettere* e a *capire* ciò che fa (o che non riesce a fare).

- Regole e procedure:
  Trovare le regole che caratterizzano determinati calcoli non ha assolutamente lo scopo di definire poi un'unica e definitiva procedura di risoluzione. Ciò che caratterizza un determinato tipo di calcolo, le "regole", è da distinguere dalle procedure (caso mai sono proprio le regole stesse che possono aiutare l'allievo a scoprire e spiegare una particolare procedura di risoluzione o, se necessario, ad inventarne una più appropriata).[19]

  Le quattro operazioni:
  Nei materiali che proponiamo abbiamo limitato i giochi all'addizione ed alla sottrazione, ma nulla impedisce, a partire dalla 4a, di usare lo stesso modello di questi giochi anche per la moltiplicazione e la divisione.

  Lavoro collettivo e individuale:
  I giochi delle regole si prestano per un lavoro collettivo con tutta la classe (nel caso in cui si affrontano per la prima volta determinati tipi di calcolo: ad esempio il passaggio di centinaia in 3a oppure i primi calcoli con i numeri decimali in 4a), per dei lavori in gruppetto (nel caso in cui, sulla base dei FV si vede che certi allievi non hanno la padronanza di certi passaggi

---

[18] Vedi *teoria delle situazioni* di Brousseau. Per una breve introduzione, rimandiamo al no. 9 del periodico *Verifiche* del novembre 1992 (al quale hanno collaborato anche le nostre colleghe di Bellinzona, Mirta e Simona) .

[19] Come vedremo le procedure di risoluzione sono molteplici e sono soprattutto determinate dalle variabili numeriche. Dobbiamo a questo proposito stare molto attenti a non rinforzare troppo una determinata procedura, anche se apparentemente ci sembra senza dubbio la migliore. Gli allievi arrischiano di "cristallizzarsi" su determinate strategie senza più permettersi quella elasticità di calcolo che deriva e forma al tempo sesso le conoscenze numeriche (fondamentali poi per qualsiasi tipo di controllo!).
Un esempio lampante può essere quello dell'allievo che per fare 237+98 si complica la vita facendo 237+90 (30+90->120) ->320+7 -> 327+9 (7+9->16) ->336 invece di fare 237+100—2. Ciò che più deve preoccupare in un simile esempio è il fatto che l'allievo non vede (o meglio, non ha imparato a vedere) che può fare +100—2 invece di fare +98. In questo esempio, anche se l'allievo risolve correttamente il calcolo attraverso una lunga sequenza di passaggi, è necessario che il docente si preoccupi delle sue conoscenze numeriche e della relativa capacità di usarle nella risoluzione delle situazioni.

fondamentali) e anche individualmente (dopo aver "giocato" qualche volta in gruppo in modo che uno sappia esattamente cosa deve fare e perché).

In conclusione, desideriamo puntualizzare che non è assolutamente nelle nostre intenzioni, con il *"gioco delle regole"* , voler insegnare delle tecniche per fare in modo che gli allievi possano fare una lista di risposte esatte.
Il nostro scopo è quello di fare in modo che essi possano "manipolare degli oggetti" (delle rappresentazioni), per costruire degli altri oggetti, delle altre rappresentazioni.
Con questi giochi, desideriamo mettere gli allievi nella condizione di poter costruire i loro propri "raggruppamenti mentali" in modo che sappiano fare delle "divisioni d'insiemi" (partages d'ensembles) in un modo conveniente e sempre più efficace.

Siamo tutti d'accordo che nel calcolo è possibile utilizzare delle procedure molto diverse una dall'altra, bisogna però mettere gli allievi nella condizione di poterle scoprire ed usare.

In tutte le fasi del gioco il ruolo del linguaggio e dell'esplicitazione è estremamente importante. Ma è possibile accelerare l'apprendimento attraverso la presa di coscienza?
Noi crediamo di sì, anche se non abbiamo una risposta precisa a questo importante interrogativo. E' comunque nostra convinzione che in questo modo si può aiutare gli allievi ad imparare a pensare e, soprattutto, a pensare con gli altri.

Allegati:

- Copia di un foglio sul quale lavorano gli allievi durante il *gioco delle regole.* (si tratta di un FP di 4a al livello D)

- Un secondo esempio, con le risposte degli allievi scritte durante il momento individuale di ricerca (fase 2, punto F) e con le regole istituzionalizzate alla fine della discussione con tutta la classe (fase 3, punto M).

- Osservazioni relative all'apprendimento dei calcoli.

- Breve complemento teorico.

- Indicazioni per la costruzione individuale (o a coppie) del *gioco delle carte colorate.*

- Tre esempi di attività proposte agli allievi, dopo aver lavorato con il *gioco delle regole.* Con il primo esempio, presentiamo l'attività di preparazione che l'insegnante (Katia Guerra) ha svolto con la classe prima di proporre i giochi di scoperta veri e propri. [20]

[20] Quando gli allievi conoscono i giochi da noi proposti, è possibile, a dipendenza delle necessità e delle scelte didattiche dell'insegnante, proporre agli allievi (o solo ad alcuni di essi, in particolare ai "bravi" quando "corrono troppo") dei momenti di scoperta estremamente stimolanti per quanto concerne il lavoro sui numeri.

M 2 ?

Gioco delle carte GIALLE.[21]

840 - 30 = ...	.... - .... = ...
530 - 20 = ...	.... - .... = ...
280 - 50 = ...	.... - .... = ...
570 - 40 = ...	.... - .... = ...
680 - 60 = ...	.... - .... = ...
690 - 70 = ...	.... - .... = ...

....

....

....

....

....

....

LE REGOLE DEL GIOCO

1..

2..

••..

••..

•• ....

[21] E' un FP (foglio di preparazione) di 3a al livello M (medio).
La prima parte del foglio serve per il lavoro individuale e in gruppo. La seconda parte (l'ultimo terzo) è riservato al momento di istituzionalizzazione collettivo, quando tutti scrivono le regole condivise.

Esempio 2

6,3 - 0,2 =
5,6 - 4,3 =
9,2 - 5,1 =
8,7 - 2,6 =

- *Tutti i numeri sono sotto il 10.(Rossella)*
- *I decimi a sinistra sono più grandi di quelli a destra. (Sara)*
- *Tutti i calcoli hanno un numero decimale. Il risultato e il calcolo non fanno mai 0.*
  Il risultato del calcolo è minore di 0. Il primo numero decimale è più grande del secondo. La prima unità è più grande della seconda. (Giovanni)
- *Sono tutti con la virgola, ma non sopra il 10. (Moira)*
- *Tutti i numeri non sorpassano il 10. Tutti i risultati sono decimali. I decimi a sinistra sono più grandi di quelli a destra. la prima unità è più grande della seconda. (Agnese)*
- *Tutti i calcoli hanno un numero decimale, Il risultato non fa mai zero. Il calcolo è minore di 10. Il primo numero decimale è più grande del secondo. La prima unità è più grande della seconda. (Raphael)*
- *Il numero dopo non deve mai essere più grande di quello prima. (Roberto)*
- *Tutti i numeri sono sotto il 10. (Simon)*
- *Sono numeri con la virgola. I decimi a sinistra sono più grandi di quelli a destra. Sono tutti più piccoli di 10. (Sonia)*
- *Sono numeri con la virgola, quelli a sinistra più grandi di quelli di destra, sono più piccoli di 10. (Sonia)*

"fase di istituzionalizzazione"

Tutti siamo d'accordo sulle regole seguenti:

- I numeri sono decimali.
- I numeri sono < di 10.
- I decimi del primo numero sono > di quelli del secondo numero.
- Il risultato è un numero decimale

Annotazioni relative all'apprendimento dei calcoli

*"Selon les principales thèse épistémologiques de Piaget, **la pensée mathématique est**, dès ses manifestations les plus élémentaires, **le produit de l'activité du sujet**, qu'il nomme <abstraction réfléchissante> et dans laquelle le sujet déduit les règles du savoir logico-mathématique de ses propres coordinations d'actions, et non des propriétés des objets."* [22]

Questa affermazione di B. Inhelder riassume le linee generali nelle quali si inserisce la proposta di lavoro che facciamo: i bambini stessi scoprono, producono, ri-inventano, costruiscono,... il loro pensiero matematico.
Ma questo, a nostro avviso, acquista una "vera forza" soltanto se riusciamo a dare altrettanta importanza all'**interazione sociale** e soprattutto all'interazione bambino/bambino.

Questi due aspetti, costruzione del sapere da parte del bambino e interazioni sociali, implicano un conseguente e inevitabile cambiamento di ruolo da parte dell'insegnante: egli diviene soprattutto l'organizzatore delle condizioni d'apprendimento [23] e l'animatore delle discussioni in gruppo.

Dal momento che i giochi proposti riguardano il problema dei calcoli, è necessario precisare le diverse differenze che esistono, sia da un punto di vista pratico (nella vita quotidiana) che didattico, tra il calcolo orale, il calcolo mentale e il calcolo scritto.
Nella nostra esperienza abbiamo potuto constatare una certa confusione circa il senso dato a questi tre concetti.
Nel nostro *approccio*, il fatto di aver considerato il calcolo orale come una categoria a sé (argomenti da 2 a 5), ha immediatamente posto, nel lavoro in classe, una serie di interrogativi: -*Maestra, ma che differenza c'è ?* [24]

Sentiamo cosa rispondono gli allievi. [25]

- Nel **calcolo orale**, ascolto i numeri, penso il calcolo e dico o scrivo il risultato".
  - *E' difficile ! Mi dimentico sempre i numeri !-*
  - *E' il calcolo che si usa di più.-*
  - *Io non ci riesco, uffa! Posso scrivere i numeri su un foglietto?-*
  - (maestra) Se vuoi puoi farlo, ma dopo sarà ancora un calcolo orale?-
  - *Ma sì ... ah no....., forse no.-*
  - *Ma nohh!... Se tu vedi i numeri non è più un calcolo orale !-*

---

[22] Bärbel Inhelder, prefazione a Kamii 1990. (la sottolineature è stata da noi aggiunta)

[23] Si tratta di un compito estremamente difficile, rispetto a quello di semplice "trasmettitore di conoscenze". Viene richiesta infatti all'insegnante una grande professionalità, soprattutto per ciò che concerne l'analisi e la costruzioni dei compiti e delle situazioni che propone alla classe.

[24] Il fatto di porci delle domande circa le differenza tra i diversi tipi di calcolo, ci ha dato l'occasione per tutta una serie di riflessioni e di discussioni a proposito del modo di "trattare" i numeri. Un numero si può leggere, dirlo, udirlo, sentirlo (come fanno i ciechi), vederlo, ... o semplicemente pensarlo. Riflettere attorno a questi problemi ci è sembrato un buon modo per "entrare in materia". E' appunto a partire da queste considerazioni che ci siamo di nuovo posti la domanda "*ma cos'è un numero?*".

[25] Le definizioni che proponiamo sono il risultato di una discussione tra allievi di 4a elementare. Prima della discussione, la maestra ha proposto una "drammatizzazione" delle situazioni possibili nelle quali ricorre la necessità di operare dei calcoli. Gli allievi dovevano cercare di evidenziare le particolarità di ogni situazione, identificando "i circuiti" messi in atto. (Possiamo citare l'esempio del cameriere che fa l'addizione e del cliente che sta attento verificando in vari modi l'esattezza della somma. Oppure pensiamo ad una qualunque delle innumerevoli volte in cui si acquista un biglietto per l'entrata ad uno spettacolo).

- Allora io preferisco il calcolo mentale!-

- Nel **calcolo mentale**, vedo i numeri, penso il calcolo e dico o scrivo il risultato.

- Nel **calcolo scritto**, sento o vedo i numeri, annoto i numeri su un foglio, faccio il calcolo e trovo il risultato".

Per quanto attiene alla relazione tra questi diversi tipi di calcolo, sentiamo ancora gli allievi:

1-*Se non riesco con il C.O., scrivo i numeri su un foglio e posso provare con il C.M., e se ancora non ci arrivo, posso provare con il C.S."*
"I calcoli che so fare con il C.O. li so sicuramente fare anche con il C.M.. Il contrario non sempre."
Notiamo quindi una netta gerarchia tra i diversi calcoli.

2-*"Sono bravo nel C.M., ma non riesco nel C.O. quando i numeri sono lunghi, anche se il calcolo è facile. Non riesco a ricordarmeli!"*
Una difficoltà nel C.O. non significa necessariamente una debolezza nella capacità di calcolare. E' chiaro che in questo calcolo la memoria ha un ruolo essenziale!
Nel C.O. non è più possibile "ricuperare" l'informazione!

3-*"Possiamo* (nel C.M.) *guardare i numeri fin che vogliamo!"*
Nel C.M. possiamo quindi "tornare frequentemente" ai numeri iniziali: c'è un "va e vieni" costante che rappresenta un "sostegno" essenziale, per taluni allievi, nella fase di risoluzione.

4-*"Quando faccio dei C.S. faccio anche dei C.M. molto facili, però se non so farli non posso neanche fare il C.S."*

A quanto detto dagli allievi, possiamo aggiungere che:

- Il C.O. è un'azione mentale: gli oggetti che sono mentalmente messi in relazione sono delle rappresentazioni dei numeri e delle rappresentazioni delle relazioni tra i numeri, in particolare delle quattro operazioni.
  Quando qualcuno dice "28 *più 15"* siamo rigorosamente nel campo del *segno*, nella sua duplice natura di significante/significato (immagine sonora e concetto).
  E' ciò che chiamiamo calcolo orale.

- Quando questo stesso calcolo "28 *+15"* è scritto su di un foglio di carta noi disponiamo di elementi supplementari. I numeri scritti sono dei simboli [26] diversi, nella loro natura, dalle immagini sonore.
  C'è dunque un cambiamento a livello del significante, ma non a livello del significato: il concetto non cambia, ma cambiano le possibilità di "manipolare" il *segno*.

[26] L'uso di questo termine non ci sembra molto appropriato benchè lo utilizziamo anche noi quando parliamo dei termini di un'equazione. In effetti non esiste nessun rapporto motivato tra le cifre ed il loro significato, oppure tra il segno "+" e l'addizione.
"Dans la théorie de Piaget, un symbole est un signifiant qui a une ressemblance figurée avec le signifié et qui peut être inventé par l'enfant. Par conséquence, il n'est pas nécessaire d'enseigner les symboles. Un signe, au contraire, est un signifiant conventionnel. Les signes ne sont porteurs d'aucune ressemblance avec le signifié et appartiennent aux systèmes inventés pour communiquer avec les autres". (Kamii 1990, p.87)

Potremmo dire che c'è una differenza a livello dell'espressione ma non a livello del contenuto.
E' ciò che chiamiamo calcolo mentale.

Procedure "perverse" del calcolo mentale

Chiamiamo "procedure perverse" del calcolo mentale l'utilizzazione dei meccanismi del calcolo scritto nella risoluzione del calcolo mentale.
Questo fatto, assolutamente non raro e conosciuto da tutti i docenti, è un segno d'allarme ed è necessario porvi subito rimedio prima cioè che simili "meccanismi" si cristallizzino.
Crediamo che i bambini che utilizzano maggiormente queste "procedure perverse" siano quelli che "conoscono meno i numeri" e formuliamo la seguente ipotesi: l'utilizzazione e la generalizzazione, nel C.M., delle procedure utilizzate nella risoluzione del C.S., blocca l'evoluzione delle capacità di risoluzione nel C.M. e nel C.O. stessi. [27]
Probabilmente, il fatto che certi bambini utilizzino queste "procedure perverse", è da mettere in relazione alla loro "insicurezza", alla "paura di sbagliare". Questi bambini si sentono sicuri solo quando usano le strategie del calcolo scritto (le tecniche) e ne diventano "dipendenti".[28]

I bambini che nei primi due anni di scuola, di fronte a dei semplici calcoli, contavano (procedura vissuta come più sicura) invece di fare dei raggruppamenti mentali, ora che i numeri sono più grandi (a partire dalla terza) e che diventa quindi impossibile contarli, utilizzano le strategie delle operazioni scritte (altra procedura "rassicurante").
Questi bambini arrischiano dunque di passare direttamente dal conteggio ai meccanismi delle operazioni scritte, addizione in particolare.[29]
Questa riflessione ci spinge ad analizzare il rapporto esistente, soprattutto in terza elementare, al momento dell'estensione del campo numerico, tra calcoli mentali e operazioni scritte.
Per il momento ci limitiamo a ricordare che "il a été scientifiquement démontré que les problèmes verbaux d'addition sont très faciles au jardin d'enfants et en première année, avant qu'on apprenne aux enfants comment travailler sur des problèmes écrits"[30].
Questa citazione ci induce a riflettere sul rapporto tra attività *orali* e *scritte* nel momento in cui il programma scolastico, con l'inizio del secondo ciclo, prevede l'apprendimento delle operazioni scritte. Come evitare eventuali effetti negativi ? [31]

Conclusione

[27] Si tratta di un'ipotesi che si basa su una nostra intuizione e che dovremmo verificare attraverso una specifica ricerca. Prendiamola quindi con prudenza!

[28] Nella nostra esperienza abbiamo frequentemente incontrato allievi che si "aggrappano" al calcolo scritto proprio per una carenza di quelle conoscenze numeriche che permettono di trattare i numeri "in quanto tali" e non come una semplice sequenza di cifre (in cui ogni colonna è trattata come quella delle unità, con prestiti e riporti meccanizzati, a seconda del caso).

[29] Sono allievi che sviluppano una procedura "atipica" che consiste nell'applicare, ad esempio, la tecnica dell'addizione in colonna senza però scrivere gli addendi in colonna. Si tratta di bambini che si rappresentano <u>tutte</u> le addizioni come un C.S.. Essi "vedono" i calcoli esclusivamente sotto questa forma.

[30] C. Kamii (C), 1990, Les jeunes enfants réinventent l'arithmétique. Berne, P. Lang, p. 137 .

[31] Pensiamo in particolare alle conoscenze numeriche, alle capacità di stima e di controllo, ma non solo! Infatti, oltre agli aspetti matematici, dobbiamo pensare al modo in cui si apprende e al senso che nella vita può assume l'apprendimento di una tecnica. Dobbiamo insomma evitare che l'insegnamento delle operazioni scritte sia un ulteriore passo verso la meccanizzazione dell'apprendimento a scapito dei momenti di ricerca e di scoperta.

Affinchè, per l'allievo, sia possibile reperire le tracce del suo ragionamento, abbiamo proposto quindi, con i due giochi, delle attività a livello del C.M.: lavoriamo cioè con l'aiuto di simboli scritti, con l'intenzione però di passare in un secondo tempo a livello del C.O. .
Questa scelta è dettata dal fatto che le tracce del C.O. sarebbero reperibili soltanto attraverso un rapporto clinico con ogni singolo allievo, una situazione quindi difficilmente proponibile agli insegnanti.
Il fatto che un bambino che stia facendo un C.O. operi con gli stessi significati e le stesse relazioni presenti nel C.M, ci ha spinti, intuitivamente, a voler lavorare proprio a livello del C.M. nelle fasi di ricerca, di analisi e di validazione delle relazione tra i numeri prima di proporre delle esercitazioni nel C.O..

Per migliorare le capacità dell'allievo nel C.O. dobbiamo "moderare il rapporto al testo". Condividiamo infatti l'affermazione di Kamii quando scrive che "faire écrire l'arithmétique aux enfants a pour effet de la séparer de la pensée logique"[32].

Sempre a proposito dei numeri scritti, Vergnaud afferma:
"Les opérations sur les représentations écrites des nombres sont distinctes des opérations sur les nombres eux-mêmes et s'appuient sur elles." [33]
Condividiamo l'idea che le rappresentazioni scritte si costruiscono "sui numeri stessi" (nella loro doppia realtà di significante e significato) e il legame che noi facciamo (empiricamente!) tra C.O. e C.M. è legato soprattutto alla differenza tra significante e simbolo.
A livello concettuale noi pensiamo che il C.M. sia "dipendente" dal C.O., benchè si possa, attraverso il C.M., raggiungere dei livelli di efficacia ben più elevati rispetto a quelli raggiungibili attraverso il C.O. [34]

---

[32] Wirtz (1980), in Kamii, 1990, p. 122.

[33] Vergnaud 1991, L'enfant, la mathématique et la réalité. éd. P. Lang, Paris, p.121.

[34] Per una maggiore comprensione del problema dovremmo qui addentrarci in uno studio dei problemi legati alla memoria.

5a, di Aurigeno (Katia): **Scopri il numero.**

(lavoro di introduzione e di preparazione)

Nei prossimi giorni faremo un gioco che si chiama appunto "scopri il numero".
Oggi cerchiamo di capire assieme cosa significa.

Abbiamo visto, con il gioco delle regole, che certi calcoli possono essere raggruppati a seconda di determinate caratteristiche.
Ecco alcuni semplici esempi per i quali cercheremo assieme di stabilire le regole:

CALCOLI	REGOLE
19 - 2 = 17 - 5 = 14 - 2 = ...	
22 + 88 = 44 + 33 = 99 + 77 = ...	
9 + 7 = 6 + 8 = 5 + 7 = ...	

<u>Quale potrebbe essere il numero da scoprire?</u>

- <u>Nel primo esempio,</u> posso chiedervi qual è il risultato più grande che si può ottenere all'interno di questa classe di calcoli.
  Ricordatevi che non ci sono solo i tre calcoli scritti nell'esempio, ma anche tutti quelli che potrebbero far parte di questa serie, malgrado non siano stati scritti!

  Quale sarà allora questo numero? ....

  Perchè? ....

  ....

- <u>Nel secondo esempio,</u> *vi chiedo invece il risultato più piccolo che si può ottenere.*

  Qual è ? ....

  Perchè? ....

  ....

- <u>Nel terzo esempio,</u> vi chiedo il numero maggiore che posso avere nel risultato.

Quale sarà ?

Perchè? ....

....

E' tutto chiaro? Avete capito?

4a, di Aurigeno (Katia): **Scopri il numero.**

(lavoro a coppie)

---

350 + 480 = ...

180 + 260 = ...

390 + 420 = ...

270 + 550 = ...

460 + 290 = ...

570 + 380 = ...

ecc. ....

Questa serie di calcoli per voi non dovrebbe essere nuova.
Durante il gioco delle regole avete già avuto occasione di trattare questo tipo di calcoli.
Nel gioco che facciamo oggi sarà importante ricordarsi, o ricostruire, le regole che già avevate scoperto.

Quale **"numero nascosto" dovrete** scoprire oggi?

Cercate **il risultato più piccolo** che è possibile ottenere in questa serie di calcoli.

Attenzione: ricordate che i 6 calcoli scritti qui sopra sono solo alcuni tra i tantissimi calcoli che possono far parte di questa serie!

Non è sufficiente scoprire il numero, ma è necessario spiegare anche perchè il numero è quello e non un altro.

....

....

....

Dopo 15 minuti di lavoro, se non siete riusciti a scoprire il numero nascosto e desiderate un aiuto, potete aprire il biglietto che trovate aggraffato all'angolo del foglio.[37]

il numero è ....

Perchè ....

[37] Su foglietto è scritto il numero ricercato. Questa scelta didattica vuole facilare soprattutto l'allievo debole. Una volta conosciuto il risultato, il lavoro comunque non termina in quanto l'allievo deve cercare di capire perchè è quel numero e non un altro.

5a, di Ascona (Isa): **Scopri il numero.**

Ricordate il gioco delle regole?
Ebbene, oggi, per scoprire il numero nascosto dovrete far uso delle regole che "governano" questa serie di calcoli.

....
465 - 32 = ...
797 - 16 = ...
458 - 25 = ...
644 - 21 = ...
448 - 26 = ...
376 - 42 = ...
ecc. ....
Attenzione!
ricordate che i 6 calcoli scritti qui sopra sono solo alcuni esempi tra i tantissimi calcoli che possono far parte di questa serie!

Qual è il **"numero nascosto"** che oggi dovrai scoprire?

Devi scoprire **il risultato più piccolo** che è possibili ottenere in questa serie di calcoli.

Non è sufficiente scoprire il numero, ma è necessario spiegare anche perchè il numero è quello e non un altro.

Dopo 15 minuti di lavoro, se non sei riuscito a scoprire il numero e desideri un aiuto, puoi aprire il biglietto che trovi aggraffato all'angolo del foglio.

....

il numero è ....

Perchè ....